abans del mes de juny de 1997. Es recomana utilitzar el correu electrònic, a qualsevol de les adreces `msc2000@math.ams.org` o bé `msc2000@zblmath.fiz-karlsruhe.de`. També es poden enviar els suggeriments per correu ordinari a

R. Keith Dennis
Executive Editor, Mathematical Reviews
416 Fourth Street
P. O. Box 8604
Ann Arbor, MI 48107-8604, Estats Units

Bernd Wegner
Chefredakteur, Zentralblatt für Mathematik
Fachinformationszentrum Karlsruhe
Franklinstr. 11
D-10587 Berlin, Alemanya

Es pot aconseguir informació addicional, juntament amb còpies de la *1991 Mathematics Subject Classification* vigent actualment, als servidors `http://e-math.ams.org` i `http://www.emis.de`.

Articles

SCM/Notícies té diverses seccions obertes a la participació de les lectores i dels lectors. A més de la secció de **Problemes** en la qual és imprescindible la col·laboració de tothom, publiquem notes de caràcter didàctic i articles de divulgació.

En aquesta secció incloem dos articles. El primer conté una reflexió sobre una qüestió de probabilitats en el joc de la botifarra i el segon, de caràcter divulgatiu, motiva la introducció del concepte de derivada elàstica.

En aquest número de **SCM/Notícies** trobareu d'altres col·laboracions: dos articles sobre eines informàtiques i, a la secció de llibres, una reflexió sobre bibliografia que inclou una nova crida a rebre aportacions per tal que **SCM/Notícies** sigui, cada vegada més, un canal de comunicació entre els socis de la SCM.

«Sortida de cavall, sortida d'animal»

ALBERT FÀBREGA
IES Mig-Món Súria
Departament Matemàtica Aplicada II
UPC, Terrassa

Introducció

La *botifarra* és un joc de cartes molt popular a Catalunya.

Es juga amb una baralla espanyola entre quatre jugadors agrupats per parelles en posició alterna a la taula. En cada partida es reparteixen totes les cartes i el jugador que distribueix fa trumfo. De cada coll, la carta de més valor i que mata totes les del mateix coll és el 9, anomenat manilla (**M**), després ve l'as (**A**), el rei (**R**), el cavall, la sota i les altres cartes per ordre decreixent de numeració.

El joc és dels anomenats «de servir i matar». Això significa que cada jugador ha de jugar una carta del mateix coll que la de sortida, i matar-la si és possible. En cas de no poder matar-la ha de jugar-ne una del mateix coll de valor inferior, i si no en té llavors ha de jugar un trumfo (si en té i pot matar altres trumfos jugats). Només en cas que no pugui servir ni matar li és permès de jugar una carta qualsevol.

Quan s'acaben les cartes, cada parella compta els punts aconseguits, amb el següent criteri: la manilla val 5 punts; l'as, 4; el rei, 3; el cavall, 2; la sota, 1, i cada basa guanyada, 1 punt més. L'empat és a 36 punts, i la parella que en fa de més, s'anota els punts extra en el seu haver. Guanya la parella que primer fa 101 punts.

El joc té altres aspectes, com són l'envit i els contraenvits (anomenats «contro» i «recontro» en molts llocs) en què el valor de les jugades es multiplica per dos cada vegada, o «fer botifarra» que és jugar sense trumfo, cosa que també multiplica per dos la puntuació.

Tot i que el joc té el component corresponent d'atzar, l'habilitat dels jugadors i la capacitat de la parella per entendre's és fonamental per obtenir bons resultats.

Una jugada típica de principiant és la «sortida de cavall», que els experts consideren dolenta. En els següents apartats intentarem analitzar aquesta jugada amb un cert detall.

Condicions de l'estudi

- En la següent anàlisi d'una única jugada suposarem que:

  1. No hi ha fallada directa: tothom pot servir.
  2. El jugador que té la manilla no barrota[1]
  3. Cap jugador carrega punts si no és necessari. Si no pot matar, se'n va d'una carta sense valor.

  D'una jugada que compleixi aquestes condicions, en direm una *jugada simple*.

- Indicarem els jugadors per *Nord*, *Sud*, *Est* i *Oest*, tal com és habitual en estudis semblants.

- La probabilitat que un cert jugador tingui una certa carta, la indiquem per

$$p_{jugador}(carta).$$

  Així, per exemple, la probabilitat que *Est* tingui el rei s'escriurà $p_E(R)$.

- L'esperança matemàtica que calculem és sempre per a *Nord-Sud*, de manera que, si guanyen és positiva, i, si perden, és negativa.

- Totes les probabilitats són probabilitats *a posteriori*, vistes des de *Sud* (que *ja sap* les seves cartes).

  Si *Sud* no té una certa carta, la probabilitat que la tingui un jugador determinat dels altres és 1/3. Si *Sud* no té una certa carta, la probabilitat que un jugador determinat dels altres tampoc no la tingui és 2/3.

Anàlisi del problema

Suposem que *Sud* és la mà, que la carta més alta que té d'un pal determinat és el CAVALL i que *Sud* surt d'aquest CAVALL.

Analitzarem les diverses possibilitats i en cadascuna d'elles veurem quina és la contribució a l'esperança matemàtica de la jugada.

a) Si *Est* té la M, llavors la jugada val 8 punts, i ja que $p_E(M) = 1/3$, tenim que el sumand corresponent per al càlcul de l'esperança és $-8/3$.

b) En cas que *Est no pugui matar*, la M del pal de sortida la té *Nord* o *Oest*.

*b*1) Si *Nord* té la M i no barrota –jugada *simple*–, *Oest* tirarà una carta sense valor i la jugada serà de 8 punts. Llavors: $p_N(M) = 1/3$, $p_E(noA) = 2/3$, $p_E(noR) = 2/3$, i per tant, la probabilitat que *Nord-Sud* guanyin (en la hipòtesi actual, que *Est* no pot matar) és:

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{27}$$

i ja que la jugada val 8 punts, l'esperança és $E = \frac{32}{27}$.

*b*2) Si *Oest* té la M, llavors:

Com que *Nord* no té M (ja que la té *Oest*), en el moment que *Est* no mata, ja sap que és *Oest* qui té M –ja que la jugada és *simple*–, i per tant, tira una carta sense valor (no està obligat a matar la carta del company), i la jugada també serà de 8 punts. En aquest cas: $p_O(M) = 1/3$, $p_E(noA) = 2/3$, $p_E(noR) = 2/3$, i per tant, la probabilitat que *Est-Oest* guanyin (si *Est* no pot matar) és:

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{27}$$

i, com que la jugada val 8 punts, l'esperança és:

$$E = -\frac{32}{27}$$

Per tant, analitzant les dues situacions en què *Est* no pot matar, la contribució total a l'esperança matemàtica és 0.

c) Si *Est pot matar només amb* A, vol dir que *Est* té A però no R, i en aquest cas la jugada val 12 punts (el cavall de sortida, l'as, la manilla i el punt de la basa). Ara, $p_E(A\ i\ noR) = 2/9$, per tant:

[1] *Barrotar*: Un jugador, matar amb una carta inferior tenint-ne en el seu joc una de superior (Institut d'Estudis Catalans, *Diccionari de la llengua catalana*, 1995).

Abarrotar: En el joc de manilla i altres, matar amb un trumfo menor que la manilla i guardar aquesta per a una altra jugada (Alcover i Moll, *Diccionari català-valencià-balear*)

c1) Si *Nord* té M, en aquest cas $p_N(M) = 1/3$, i la probabilitat que guanyin *Nord-Sud* és:

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{9} = \frac{2}{27}$$

i l'esperança és:

$$E = \frac{2}{27} \cdot 12 = \frac{8}{9}$$

c2) Si *Oest* té M, llavors $p_O(M) = 1/3$, i la probabilitat que guanyin *Est-Oest* és:

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{9} = \frac{2}{27}$$

i l'esperança és:

$$E = -\frac{2}{27} \cdot 12 = -\frac{8}{9}$$

Per tant, si *Est* pot matar només amb **A**, el sumand corresponent en el càlcul de l'esperança és 0.

d) Si *Est pot matar* amb **A** o **R**, farem una hipòtesi suplementària: pensarem que *Est* fa la jugada més assenyada, que és matar de **R**, ja que *Est* no sap qui (*Nord* o *Oest*) té M. Tant **A** com **R** són fermes, i té una esperança alta (en general) de guanyar la següent basa del mateix coll. Llavors, si *Nord* té M, tirant el **R** perd 1 punt menys. En canvi, si és *Oest* qui té M, deixa de guanyar –temporalment– menys d'un punt amb l'esperança de fer-se **A** més endavant. Suposarem, doncs, que en aquesta situació *Est* mata amb **R** i, d'acord amb això la jugada val 11 punts, i analitzarem la jugada com: **Est** *pot matar amb* **R**, independentment de qui tingui **A**.

Ara, $p_E(R) = 1/3$ i llavors:

d1) Si *Nord* té M amb p=1/3, l'esperança és: 11/9.

d2) Si *Oest* té M, llavors tot depèn de si *Nord* té o no té **A**

* Si *Nord* té **A**, tenim:

$$p_E(R) = 1/3, p_N(A) = 1/3, p_O(M) = 1/3$$

i la jugada val 15 punts. Llavors, l'esperança és:

$$-\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot 15 = -\frac{5}{9}$$

* Si *Nord* no té **A**, tenim $p_E(R) = 1/3, p_N(noA) = 2/3$, $p_O(M) = 1/3$ i la jugada val 11 punts. Llavors l'esperança és:

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot 11 = -\frac{22}{27}$$

I la contribució total a l'esperança global que volem calcular pel que fa al cas en què **Est** pot matar amb **R**, és

$$\frac{11}{9} - \frac{5}{9} - \frac{22}{27} = -\frac{4}{27}$$

Conclusió

Podem veure ja quina és l'esperança total d'aquesta jugada:

$$E = -\frac{4}{27} - \frac{8}{3} = -\frac{76}{27} = -2,8\widehat{148}$$

Ara, en un joc en què no fos obligat matar i el jugador que té M hagués de jugar-la obligatòriament, si *Sud* no té M, l'esperança per a *Nord-Sud* és:

$$p_N(M) = 1/3, \; p_N(noM) = 2/3$$

$$E_0 = -\frac{2}{3}(n+6) + \frac{1}{3}(n+6) = -\frac{1}{3}(n+6)$$

on n és el valor de la carta de *Sud*.

Aquest joc és equivalent –pel que fa a l'esperança– al joc en què és obligat matar, i *Est* té M i la jugada és *simple*.

En conseqüència, *Sud* jugarà correctament si l'esperança E de la jugada és $E_0 = -\frac{1}{3}(n+6)$, i jugarà incorrectament si $E < E_0$.

En el nostre cas, $E_0 = -8/3$ i $E = -76/27$ i per tant $E < E_0$, la qual cosa demostra que sortir de CAVALL és certament una mala jugada, o com es diu en l'argot «SORTIDA DE CAVALL, SORTIDA D'ANIMAL!»